

ИМИТАЦИОННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ГЕТЕРОГЕННОГО ПОТОКА И ПРОБЛЕМА ПРИМЕНЕНИЯ УРАВНЕНИЯ НАВЬЕ–СТОКСА

В.П. Цымбал, П.А. Сеченов, А.А. Оленников, А.Г. Падалко

ФГБОУ ВПО «Сибирский государственный индустриальный университет»
(г. Новокузнецк, Россия)

При математическом описании важной диссипативной структуры (гравитационного сепаратора) в самоорганизующемся струйно-эмульсионном реакторе создана имитационная модель, основанная на использовании «первых принципов» и метода статистических испытаний Монте-Карло. В качестве первого уровня рассматриваются дисперсные частицы шихты и продуктов реакций, а также все возможные варианты их превращений и взаимодействий. Ядром этой модели является процесс обтекания конденсированной частицы вертикальным потоком газа. С учетом показанного опыта имитационного моделирования и представленных рассуждений уточнено понятие турбулентной вязкости для гетерогенного потока, определена постановка задач и направлений дальнейших исследований.

Ключевые слова: диссипативная структура, имитационная модель, метод Монте-Карло, дисперсные частицы, взаимодействия, гетерогенный поток, турбулентная вязкость.

In the mathematical description of the important dissipative structures (gravity separator) in self-organizing jet-emulsion reactor created a simulation model, which is based on «first principles» and method Monte Carlo. As the first level are considered the dispersed particles of the charge and reaction products, as well as all possible transformations and their interactions. The core of this model is the process flow of the condensed particles vertical gas flow. Taking into account the experience showed simulation and presented arguments to clarify the concept of turbulent viscosity for heterogeneous flow, is defined setting goals and directions for further research.

Keywords: dissipative structure, simulation model, the Monte-Carlo method, dispersed particles interact, heterogeneous flow, turbulent viscosity.

В результате многолетней работы коллектива ученых, производственников и проектировщиков был создан и доведен до уровня крупномасштабной опытной установки на Запсибметкомбинате [1–3] новый металлургический процесс и агрегат СЭР (самоорганизующийся струйно-эмульсионный реактор).

При создании этого агрегата была предпринята попытка использования некоторых идей теории самоорганизации (синергетики), таких как принципы подчинения и наименьшего принуждения, большого отклонения от термодинамического равновесия и др. Для реализации этих принципов удалось использовать ряд интересных физических эффектов, таких как диспергация шихты встречными струями газа, создание самоорганизующегося реактора-осциллятора за счет использования эффекта критического истечения двухфазного потока и обратной связи по изменению газосодержания продуктов реакций, нижняя подача рабочей смеси из реактора-осциллятора в колонный реактор, организация внутреннего пневмотранспорта рабочей смеси.

Сочетание этих факторов и мероприятий позволило создавать в агрегате динамические диссипативные структуры, что привело к резкому уменьшению удельного объема агрегата (в 10–15 раз) и обеспечило значительную гибкость управления, в том числе соотношением скоростей восстановительных и окислительных реакций, что обеспечивает возможность прямого получения металла с широким диапазоном содержаний углерода.

Естественно, что важнейшим моментом реализации рассматриваемого процесса являются математические модели. Зонная модель процесса была рассмотрена ранее [2, 3]. Ниже мы остановимся на одной из важнейших диссипативных структур – гравитационном сепараторе, который образуется в вертикальном колонном реакторе при определенных режимах течения двухфазного потока рабочей смеси, подготовленной в реакторе-осцилляторе.

Имитационная модель гравитационного сепаратора

При создании и математическом описании этой важной диссипативной структуры удалось реализовать имитационную модель, основанную на использовании «первых принципов». В данном случае в качестве первого уровня рассматриваются дисперсные частицы шихты и продуктов реакций, а также все возможные варианты их превращений и взаимодействий. Ядром этой модели является процесс обтекания конденсированной частицы вертикальным потоком газа.

Прежде всего, рассмотрим механизм витания и взаимодействия дисперсных частиц шихты и продуктов реакции в вертикальном потоке несущего газа.

На рис. 1 представлены силы, действующие на частицу: сила давления потока F_c , направленная снизу вверх, сила тяжести F_G и архимедова сила F_A . В зависимости от соотношения этих сил частица может подниматься, опускаться или оставаться неподвижной.

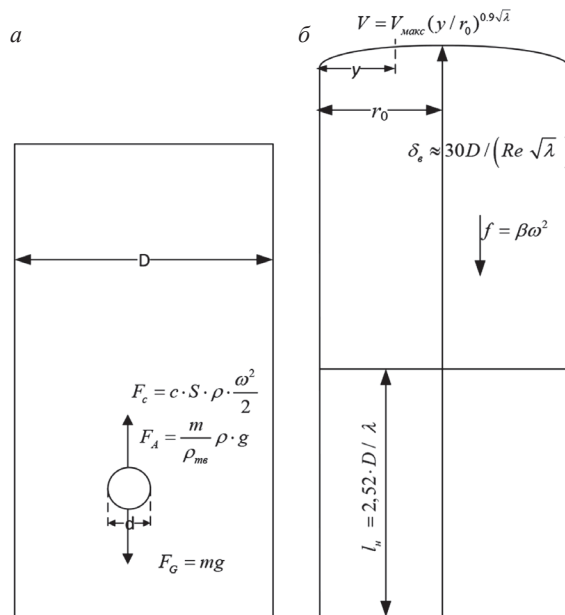


Рис. 1. Силы, действующие на частицу в гравитационном сепараторе (а), эпюра скоростей для турбулентного течения (б)

В условиях динамического равновесия принцип Д'Аламбера для движущейся частицы приводит к уравнению [4]

$$F_G - F_C - F_A = m \frac{d\omega_{\text{ТВ}}}{dt}, \quad (1)$$

где $\omega_{\text{ТВ}}$ – скорость движения сферической частицы.

Сила тяжести выражается как:

$$F_G = mg. \quad (2)$$

Сила давления потока:

$$F_c = c \cdot S \cdot \rho \cdot \frac{\omega^2}{2}, \quad (3)$$

где S – площадь сечения обтекаемого тела по миделю (площадь проекции тела на плоскость, перпендикулярную векторам скорости набегающего потока); ρ – плотность смеси; ω – скорость потока смеси; c – коэффициент лобового сопротивления, который зависит от формы обтекаемого тела и числа Рейнольдса. Для сферических частиц в турбулентном режиме коэффициент $c = 0,44$.

Подъемная или архимедова сила:

$$F_A = \frac{m}{\rho_{\text{ТВ}}} \rho \cdot g. \quad (4)$$

Из уравнений (1)–(4) получим:

$$\frac{d\omega_{\text{ТВ}}}{dt} = g \left(1 - \frac{\rho}{\rho_{\text{ТВ}}} \right) - \frac{c \cdot \rho \cdot \omega^2}{2 \cdot m} \cdot S. \quad (5)$$

Параболическое распределение скоростей при турбулентном движении в круглых трубах наступает не у самого начала трубы, а на некотором расстоянии $l_{\text{н}}$ от входного сечения, которое находят по формуле [5]

$$l_{\text{н}} = 2,52 \cdot D/\lambda, \quad (6)$$

где D – диаметр канала, λ – коэффициент Дарси.

Для турбулентного движения определить коэффициент Дарси можно по формуле Г. Блазиуса:

$$\lambda = 0,3164/\text{Re}^{0,25}. \quad (7)$$

Эпюру скоростей рассчитываем по формуле Альтшуля [6]:

$$V = V_{\text{макс}} \left(y/r_0 \right)^{0,9\sqrt{\lambda}}, \quad (8)$$

где y – расстояние от точки, в которой рассчитывается скорость до стенки трубы; r_0 – радиус колонного реактора.

Нормальный закон распределения для гранулометрического состава руды, угля и других частиц генерируется с использованием метода Неймана.

Перейдем к рассмотрению соударений частиц. В имитационной модели различают два типа ударений: упругие (для нерасплавленных частиц) и неупругие (для расплавленных частиц). Для неупругого соударения скорость объединенной частицы

$$\omega = \frac{m_1 \bar{\omega}_1 + m_2 \bar{\omega}_2}{m_1 + m_2}. \quad (9)$$

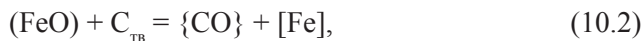
Для упругих ударов из закона сохранения импульса и энергии получим

$$\omega_1 = \bar{\omega}_1 \frac{(m_1 - m_2)}{(m_1 + m_2)} + \bar{\omega}_2 \frac{2m_2}{(m_1 + m_2)}, \quad (10)$$

$$\omega_2 = \bar{\omega}_1 \frac{2m_1}{(m_1 + m_2)} + \bar{\omega}_2 \frac{(m_2 - m_1)}{(m_1 + m_2)}.$$

Процессы, происходящие в верхней части реактора [1; 2], определяют характер изменения состава конденсированных веществ и являются преимущественно восстановительными.

Здесь возможны следующие основные реакции:



На основе данных реакций были выбраны следующие механизмы взаимодействия частиц. В нижнюю часть колонного реактора с потоком газа подаются частицы железной руды заданного грануляционного состава, согласно нормальному закону распределения. Состав железной руды и газов, поступающих в реактор, взят в соответствии с термодинамическими и балансовыми расчетами [7]. Зависимость скорости растворения частицы от радиуса взята из работы [8]. Кроме того, в реактор могут поступать твердые частицы углерода. При встрече двух частиц типа: железная руда–железная руда, углерод–углерод и железная руда–углерод удары считаются упругими. Как только частица железной руды расплавилась более чем на 50 % при встрече железная руда–углерод удар считается неупругим. При встрече двух частиц типа шлак–шлак и железо–железо, удары неупругие. После того как конкретная частица железной руды расплавилась, образуются две новые частицы: железо и шлак, средний состав и плотность которых принимается в соответствии с расчетами баланса и термодинамики, а затем разыгрываются по нормальному закону распределения.

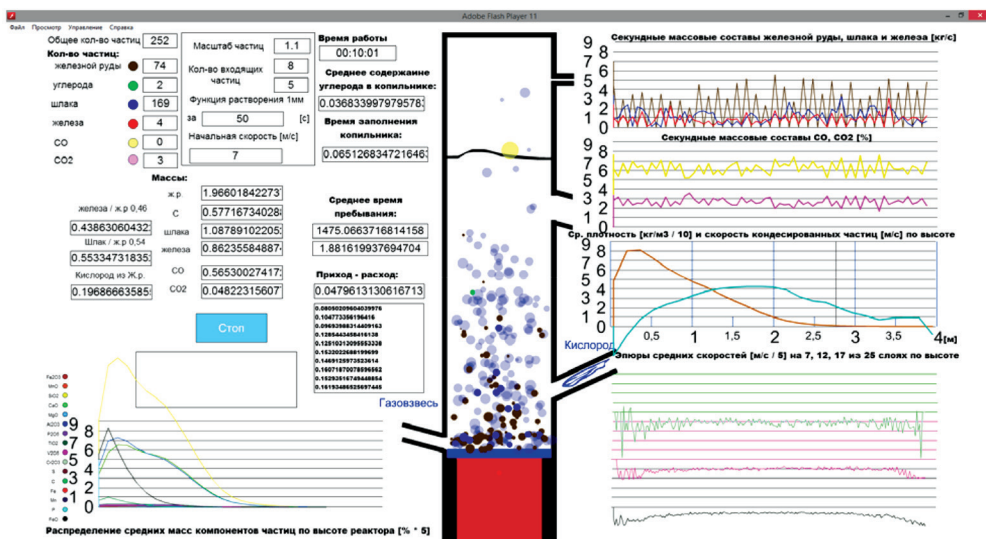


Рис. 2. Фрагмент реализации имитационной модели гравитационного сепаратора

На рис. 2 представлен фрагмент работы созданной имитационной модели, а также графическое представление результатов моделирования.

Наряду с отображением результатов движения и взаимодействия частиц выводится информация об общем количестве частиц в реакторе, количестве частиц железной руды, углерода, шлака, железа, CO , CO_2 ; о средних массах за минуту железной руды, шлака и железа; а также графики массового содержания соответствующих частиц. Также предусмотрена возможность изменения количества подаваемых частиц железной руды и углерода.

Тестирование показало работоспособность данного алгоритма и удовлетворительное совпадение конечных результатов имитационного моделирования с законом сохранения вещества. Созданная имитационная модель, являющаяся в определенной степени заместителем объекта, позволяет наглядно изучать механизм процессов в гравитационном сепараторе при разном гранулометрическом составе, оценивать среднее время пребывания частиц, определять средний расход частиц железа и шлака при различном заданном количестве частиц углерода.

Задача обтекания частицы и турбулентная вязкость

Естественно, что проблема течения даже гомогенного турбулентного потока является достаточно сложной, в нашем же случае имеет место обтекание частицы гетерогенным потоком. Очевидно, что замкнутое аналитическое решение такой задачи вряд ли возможно, особенно если учесть, что, как показала О.А. Ладьяженская [9], для случая турбулентного движения единственного решения уравнения Навье–Стокса для общего вида начальных и граничных условий не существует. В связи с этим, одним из возможных подходов, как показано выше на примере создания конкретной имитационной

модели гравитационного сепаратора, является декомпозиция этой проблемы на две задачи:

- задача обтекания конкретной частицы потоком на достаточно коротком интервале длины, зависящем от уровня турбулентности;
- статистическое моделирование характера взаимодействия частиц методом Монте-Карло.

Поэтому очень важно понять, что такое турбулентная вязкость и коэффициент вязкого трения в уравнении Навье–Стокса.

Дж. Стокс получил решение задачи обтекания сферического тела вязкой жидкостью, нашел распределение поля скоростей вокруг шарика и силу, действующую на него (закон Стокса):

$$F = 6\pi\eta Rv_0 \quad (11)$$

где R – радиус частицы; v_0 – скорость движения шарика относительно жидкости.

При обтекании тела наряду с лобовым сопротивлением могут возникнуть составляющие вязких сил, ортогональные к вектору скорости движения тела относительно жидкости (подъемная сила по Жуковскому).

Обычная вязкость – это макроскопическое проявление молекулярного движения и перемешивания. Если в жидкости формируются макроскопические пульсации, это приводит к перемешиванию в макроскопических масштабах и приводит к изменению вязких сил, в частности сил увлечения, с которыми поток действует на обтекаемое тело и стенки труб.

Поэтому уравнение (11) для одной частицы, так же как и приведенное ниже [9] уравнение для поля давлений $p(\vec{r}, t)$ и поля скоростей $\vec{U}(\vec{r}, t)$

$$\rho \left[\frac{\partial \vec{U}(\vec{r}, t)}{\partial t} + (\vec{U}(\vec{r}, t), \vec{\nabla}) \vec{U} \right] = -\vec{\nabla} p - \eta \Delta \vec{U}(\vec{r}, t) \quad (12)$$

справедливы, только если скорость не превышает критического значения, определенного числом Рейнольдса, т.е. пока линии тока реальных течений не становятся «извилистыми».

Л. Прантл в 1925 г. предложил формулу для турбулентной вязкости [9]

$$\eta_t = l^2 \left| \frac{\partial \bar{U}}{\partial y} \right|, \quad (13)$$

где l – длина перемешивания, определенная из опыта; \bar{U} – среднее значение скорости потока, а Т. фон Карман, основываясь на предположении о подобии пульсации скорости в различных точках жидкости, пришел к выводу, что касательные напряжения (вязкие силы) зависят только от средней скорости и ее производных и дополнил выражение Прантля соотношением для длины перемешивания

$$l \cong k \left| \frac{\partial \bar{U}}{\partial y} \right| / \left| \frac{\partial^2 \bar{U}}{\partial y^2} \right|, \quad (14)$$

где k – безразмерный коэффициент.

В этих выражениях сформулированы два важных понятия: длина перемешивания (корреляционная длина поля турбулентных пульсаций) и свойство подобия пульсаций скорости. Интересно подчеркнуть, что О.А. Ладыженская также показала, как надо «подправить» уравнение Навье–Стокса, чтобы его однозначная разрешимость была доказана. Для этого нужно постоянный коэффициент вязкости η заменить на зависящий от поперечных градиентов скорости потока:

$$\eta \rightarrow \tilde{\eta} = \eta \left[1 + \beta \left(\frac{\partial U_i}{\partial x_k} + \frac{\partial U_k}{\partial x_i} \right) \right], \quad (15)$$

где β – некая величина, такая, что поправочное слагаемое в квадратных скобках вступает в силу только при резких изменениях вязкости в соседних слоях жидкости.

Эвристическая ценность этого соотношения, особенно если его рассматривать вместе с формулой Прантля и дополнением Т. фон Кармана, заключается в том, что *понятие турбулентной вязкости следует рассматривать как результат коллективного поведения совокупностей частиц или их ансамблей и прежде всего пульсаций скорости.*

Тем более это важно для гетерогенного потока.

Турбулентную вязкость можно изучать, измеряя силу увлечения обтекаемого тела потоком, который удобно характеризовать одним параметром – числом Рейнольдса.

Наиболее простой подход – измерение силы, действующей на обтекаемый цилиндр. Вместо силы [9] принято фиксировать коэффициент увлечения C_d , представляющий собой отношение силы, действующей на цилиндр, к величине $\rho v_0^2 D l$ (D – диаметр, l – длина цилиндра), характеризующей силу давления, оказываемого потоком на ортогональное к нему сечение цилиндра:

$$C_d \approx \frac{F_\eta}{\rho v_0^2 D l}. \quad (16)$$

Так как вязкая сила, действующая в ламинарном потоке на обтекаемый цилиндр, пропорциональна коэффициенту вязкости и средней скорости, как и в законе Стокса $F = 6\pi\eta R v_0$, то с учетом (16) в ламинарном потоке коэффициент увлечения должен убывать с ростом v_0 : $C_d \approx 1/v_0$.

Имеются данные [9] экспериментально измеренного коэффициента увлечения в функции числа Рейнольдса (рис. 3). В этом же литературном источнике приведены картины обтекания цилиндра при различных числах Рейнольдса, а также делается заключение, что длина перемешивания l в формуле Прантля должна меняться не монотонно в зависимости от числа Re . Немонотонное изменение величины l свидетельствует о наличии перестроек в турбулентных структурах, т.е. возникновение и разрушение некоторого порядка в турбулентных пульсациях, что подтверждается также характером зависимости коэффициента увлечения от Re (см. рис. 3).

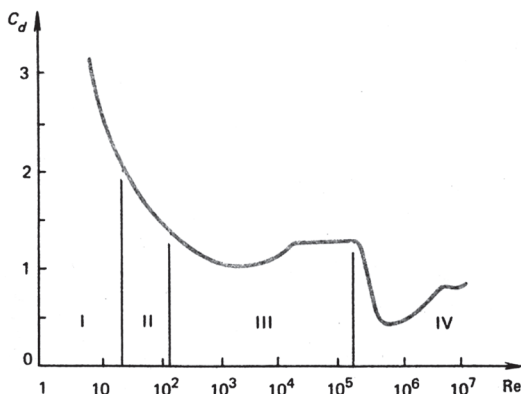


Рис. 3. Коэффициент увлечения как функция числа Рейнольдса:
I – ламинарный поток; II – вырожденная турбулентность; III – частично упорядоченная (умеренная) турбулентность; IV – сильная турбулентность

Основные выводы и направления исследований

С учетом показанного выше опыта имитационного моделирования и представленных рассуждений, позволивших несколько прояснить понятие турбулентной вязкости, в том числе для гетерогенного потока, определена постановка задач и направлений дальнейших исследований.

1. Совершенствование разработанной имитационной модели движения вертикального потока двухфазной среды (газовзвеси дисперсных частиц шихты и продуктов реакций) применительно к колонному реактору агрегата СЭР:

- проверка соответствия статистических результатов этой модели законам сохранения;
- получение конкретных статистических закономерностей: эпюр скоростей по радиусу и высоте, плотности смеси, времени пребывания частиц шихты, продуктов реакций и др.

На рис. 4 представлен фрагмент эксперимента по определению турбулентной вязкости на установке физического моделирования.

2. Создание аналогичной имитационной модели для системы – воздух, вода, твердые частицы, применительно к автоматизированной установке физического моделирования и привязка полученных на ней результатов к числу Рейнольдса:

- исследование вязкости через скорость опускания шарообразных частиц, а также измерение коэффициента (силы) увлечения;
- исследование скорости диффузии (скорости растворения) шарообразных частиц при разных числах Рейнольдса, проверка зависимости между вязкостью и коэффициентом диффузии;
- измерение размеров и скоростей пульсации при разных числах Рейнольдса для обоснования применимости соотношений (13) и (14).

3. Перенос этих результатов на модель реального агрегата.

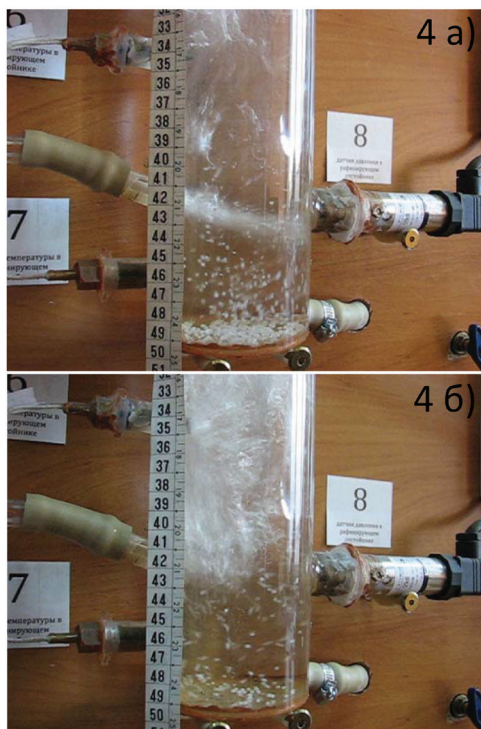
Получение обобщенных закономерностей для решения задач подобного типа.

Для решения этой задачи планируется использовать разработанную на кафедре ИТМ автоматизированную установку низкотемпературного физического моделирования, благодаря созданию которой имеется возможность

Рис. 4. Начало подачи газозвеси (газ и вода) в колонный реактор (вода и частицы) (а); турбулентные потоки газозвеси и твердых частиц (б)

проверить адекватность специально созданной аналогичной имитационной модели для системы – воздух, вода, твердые частицы, и также привязать их к числу Рейнольдса в целях возможного переноса на реальный процесс.

Есть основания надеяться, что в результате этих экспериментов, а также накопления статистик по результатам машинных экспериментов на имитационной модели будут получены обобщенные закономерности для решения задач подобного типа.



Список использованных источников

1. Цымбал В.П., Мочалов С.П., Рыбенко И.А. и др. Процесс СЭР – металлургический струйно-эмульсионный реактор / Под ред. В.П. Цымбала. – М: Металлургиздат, 2014. – 488 с.
2. Tsymbal V.P., Mochalov S.P., Shakirov K.M. Controlling the Composition of the Metal in the Direct Reduction of Dust-Sized Materials and Waste Products in a Jet-Emulsion Reactor. *Springer Journals*, 2015, Vol. 59, pp. 119–125: <http://link.springer.com/article/10.1007/s11015-015-0070-0>.
3. Цымбал В.П., Кожемяченко В.И., Рыбенко И.А. и др. Использование принципов самоорганизации и диссипативных структур при создании нового струйно-эмульсионного металлургического процесса / Сборник докладов международной научно-практической конференции. Творческое наследие В.Е. Грум-Гржимайло. Часть 1. – Екатеринбург: УрФУ, 2014. – С. 486–495.
4. Лавренко А.Т. Автореферат диссертации магистра: «Анализ работы сепаратора прямого коксового газа». [Электронный ресурс] / Режим доступа: <http://www.uran.donetsk.ua>.
5. Гидравлика. Часть 1. Методические материалы по курсу «Гидравлика» В.В. Крамаренко, О.Г. Савичев. – Томск: Изд-во Томского политехнического университета, 2009. – 124 с.
6. Альтиуль А.Д., Калицун В.И., Майрановский Ф.Г., Пальгунов П.П. Примеры расчетов по гидравлике. Учебное пособие для вузов / Под ред. А.Д. Альтиуля. – М.: Стройиздат, 1977. – 248 с.
7. Ore Enrichment Required for a Self-Organizing Jet-Emulsion Reactor / V.P. Tsymbal, S.P. Mochalov, M.S. Parovinchak и др. // *SteelinTranslation*. – 2009. – Vol. 39. No 4. – P. 310–312.
8. Сеченов П.А., Олеников А.А., Цымбал В.П. Исследование динамики изменения состава шлака в зонной модели колонного струйно-эмульсионного реактора. *Теплотехника и информатика в образовании, науке и производстве*. – Екатеринбург: УрФУ, 2014. – С. 105–110.
9. Бакай А.С., Сигов Ю.С. Многоликая турбулентность. – М.: Знание, 1980. – 48 с.